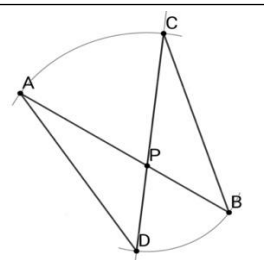


## 2年 4章 平行と合同 「証明とそのしくみ」

### 1 問題と問題の意図

#### 〈問題〉

右の図で、等しい辺や角は見つけられるだろうか？



#### 〈問題の意図〉

前時は三角形の合同条件について理解し、それを根拠に合同な三角形を見つける学習をしている。

本時では、〈問題〉の図から直観的に等しい辺や角を見つけさせ、等しい理由が明らかなものとそうでないものに分けていく。そして、後者も等しくなる理由を、合同な図形の対応する辺や角は等しくなることから、三角形の合同条件を根拠に筋道立てて説明できるようにする。なお、結論から逆の道筋をたどって整理して、自分の言葉で説明できることを重視し、正確な証明の記述までは求めている。

また、問題の条件を満たす図は様々なことができることから、どのような図であっても同様なことがいえるかを考えさせることで、証明することの必要性をもたせたい。

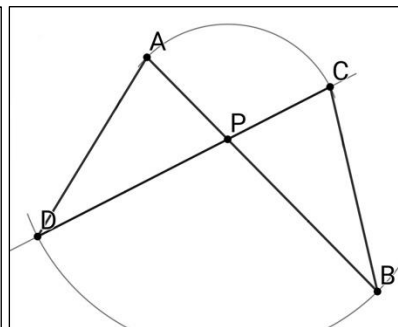
### 2 本時の目標

三角形の合同条件を根拠に、演繹的な推論による証明の必要性とそのしくみを理解するとともに、仮定と結論、証明について理解する。

### 3 授業の流れ

(1) 次のような手順で図を板書しながら、生徒にもノートに図を作図させる。

- ① 線分ABを引き、線分AB上に点Pを打つ。
- ② Pを通る直線をひく。
- ③ その直線上に、 $AP=CP$ となる点Cと、 $BP=DP$ となる点Dをとる。  
(CとDは反対側・コンパスを使わせる)
- ④ 点Aと点D、点Cと点Bを結ぶ。



「Geogebra 幾何」であらかじめ問題の図を作っておき、その図を動か

しながら，人によって様々な形になったことを確認する。

「この図にある辺や角で，等しい辺や角はあるだろうか？」と問い，等しい組を見つけて等号を使って表させる。個人思考させた後，指名し答えさせると，次のような等しい組が出てくるので，その理由も簡単に確認していく。

- |                                |                          |
|--------------------------------|--------------------------|
| • $AP=CP$ …問題から                | • $DP=BP$ …問題から          |
| • $\angle APD=\angle CPB$ …対頂角 | • $AD=CB$ …？             |
| • $\angle A=\angle C$ …？       | • $\angle D=\angle B$ …？ |

(2)  $AD=CB$  や  $\angle A=\angle C$ ，  $\angle D=\angle B$  は等しそうだが，理由は一言では述べられないことに気づく。その際，各自の図の辺の長さや角の大きさを調べさせ，一人一人の図形が違っていて，辺の長さや角の大きさはそれぞれ違うが，どの図でも等しくなっていることを確かめる。

(3) 「 $AD$  と  $CB$  が等しいといえるのはなぜか」と問いかけ，「 $AD=CB$  となる理由を説明しよう。」と課題を提示する。 $AD$  と  $CB$  が等しいといえるのはなぜなのか問う。生徒から，「 $\triangle ADP$  と  $\triangle CBP$  が合同だから」と発言があった場合は，さらに「 $\triangle ADP \equiv \triangle CBP$  であれば，どうして  $AD=CB$  といえるのか」を考える。そして，既習内容を振り返りながら，合同であれば対応する辺が等しいから  $AD=CB$  といえることを理解する。

(4) ペアとなり， $AD=CB$  となる理由について，2つの三角形が合同である理由から述べながら説明し合う。その後，数名指名し，黒板の前で説明させる。よい点や改善点があれば発言させる。

(5)  $AD=CB$  の説明の手順を板書しながら，逆の筋道をたどって整理していくという要点を確認する。

$AP=CP$ ， $DP=BP$ ， $\angle APD=\angle CPB$ 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから $\triangle ADP \equiv \triangle CBP$ 合同な図形の対応する辺は等しいから $AD=CB$
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

「 $\angle A=\angle C$  や，  $\angle B=\angle D$  も説明できるかな？」と聞き，三角形の合同までは同じ説明が使えること，「対応する辺」を「対応する角」に変えれば等しいと説明できることを理解する。

(6) 新しい用語について理解する。

- ・「○○ならば△△である」の文で、○○に書かれていることを仮定、△△に書かれていることを結論という。
- ・仮定を使って結論までを説明することを証明という。

(7) 「結論を証明するときは、どんな手順で説明すればよいだろう？」と問い、ノートに記入させ、本時の振り返りを行う。

板書計画

「等しい辺・角は見つげられる?」  
 <問題>  
 AP=CP ← 問題  
 BP=DP  
 ∠APD=∠CPB 対頂角  
 AD=CB ← ? 合同...  
 ∠A=∠C  
 ∠B=∠D

AD=CB がある理由を説明しよう  
 結論  
 何? AD=CB  
 何から? ↑ 合同の条件  
 △ADP ≡ △CBP 対辺等しい  
 ↑ 条件? 2組の辺と1組の角  
 ①  
 ②  
 ③  
 整理 → 説明!

<AD=CBの説明>  
 仮定 AD=CP, DP=BP, ∠APD=∠CPB  
 ・2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから  
 ・△ADP ≡ △CBP  
 ・合同な図形の対応する辺は等しいので  
 結論 AD=CB  
 「AP=CP, DP=BP」が与えらば、  
 仮定 AD=CB がある!  
 証明 → 結論  
 証明しよう!

参考：中学校教科書「中学数学2」教育出版，2021

文責：塩澤 健（旭川市立神楽中学校）2021.12